De l'oubli à la reconnaissance : l'exemple des résultats mathématiques d'Étienne Bézout (1730-1783)

Liliane Alfonsi

De l'oubli à la reconnaissance :
l'exemple des résultats mathématiques d'Étienne Bézout (1730-1783)

Liliane Alfonsi
Enseignant-chercheur (MCF)
Université Paris sud 11
Laboratoire GHDSO-Orsay

Étienne Bézout, qui fut mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières, est l'auteur d'une œuvre mathématique qui fut longtemps négligée et méconnue. Aujourd'hui trois résultats mathématiques portent son nom. En allant du plus répandu au plus utilisé de nos jours au niveau recherche, on peut les citer dans cet ordre :

- L'Identité de Bézout que l'on peut déduire d'un de ses mémoires, présenté à l'Académie en 1764, aujourd'hui enseigné en Terminale, lui a été attribuée vers 1948.
- Le Théorème de Bézout, l'un des plus importants de la Géométrie algébrique, exposé dans sa *Théorie générale des équations* de 1779, porte son nom depuis 1795.
- Le Bézoutient dont l'on trouve un cas particulier dans son mémoire de 1764 mais qui n'est complètement explicité que dans le volume *Algèbre* de son *Cours de Mathématiques*, a de nombreuses applications aujourd'hui dans la mise au point d'algorithmes. Considéré d'abord comme un résultat anonyme, c'est en 1853 que fut reconnue la paternité de Bézout.

Nous nous proposons ici de comprendre les raisons de la reconnaissance tardive de l'œuvre de ce dernier et en particulier de ces trois résultats, raisons liées aussi bien à la vie de l'auteur qu'à différents contextes mathématiques, académiques, politiques, sociaux ou nationalistes que nous essayerons de cerner. Pour cela il nous paraît indispensable de commencer par situer ce mathématicien en le replaçant dans son milieu et dans son époque.

Sa personnalité et sa vie ne paraissent pas, jusqu'ici[1], avoir suscité beaucoup d'intérêt[2]. Après l'« Éloge » lu par Condorcet à l'Académie des sciences en 1784, le personnage d'Étienne Bézout semble n'avoir été évoqué que lors de célébrations dans sa ville natale de Nemours. Avant l'ouvrage cité en note 1, les seuls textes abordant à la fois la vie et des travaux de cet académicien

[1] Pour la biographie de Bézout, voir notre thèse de 2005 : L. Alfonsi, *Étienne Bézout (1730-1783) : mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières*.
[2] Une illustration de cela est l'hésitation persistante sur l'orthographe même de son nom, Bezout ou Bézout.

étaient des articles de dictionnaires biographiques[3]. Bien que sérieux et documentés, leur statut même d'articles de dictionnaires leur impose la brièveté.

Pourtant de nombreux éléments incitent à mieux connaître Étienne Bézout et l'ensemble de ses travaux, ne serait-ce que le contexte de l'Ancien régime finissant ainsi que l'environnement scientifique marqué par les personnalités de d'Alembert, Euler, Lagrange et Laplace, dans lesquels ils se placent.

I. Qui était Étienne Bézout ?

Étienne Bézout[4] est né en 1730 à Nemours, petite ville du Gâtinais à 80 kilomètres au sud de Paris. Au début du XVIII^e siècle, c'est une cité[5] à la population stable de 3000 à 3500 habitants, très active sur bien des plans. Protégée et entièrement entourée par le Loing et un de ses bras très étroit qui sert de douves à ses murailles, sa situation originale, entièrement entourée d'eau et donc aussi de terres fertiles, a permis de développer plusieurs activités liées à la tannerie, puisque le site donne à la fois l'eau nécessaire à la force motrice qui fait tourner les moulins à tan, les pâturages destinés à l'élevage et les arbres pour le tanin. Cette production favorisant l'artisanat du cuir et son commerce a fait de Nemours une ville importante aux activités diversifiées justifiant la création d'un bailliage[6]. Ce dernier entraîne, à son tour, le développement rapide d'une population de juristes. En 1698, un document fiscal[7] montre que la population des chefs de famille de la ville est composée pour un tiers de juristes, pour un autre tiers de commerçants, artisans, agriculteurs, enfin d'un dernier tiers constitué de pauvres.

Les familles paternelles et maternelles d'Étienne font partie des deux derniers tiers : le grand-père paternel est un marchand pauvre qui ne sait pas écrire[8], François Filz, son oncle maternel est épicier[9], les sœurs de son père ont épousé des marchands de villages alentours[10], une Marie-Anne Bézout, épouse d'un vigneron très endetté et habitant un quartier pauvre, est obligée en

[3] N. Nielsen, *Géomètres français du dix-huitième siècle*.
J. V. Grabiner, *Dictionary of Scientific Biography,* vol. 2, p. 111-114.

[4] Nous avons choisi d'orthographier Bézout (avec un accent sur le e et un t) le nom d'Étienne et des membres de sa famille. Cette orthographe est celle de la signature d'Étienne après 1765 et de ses textes imprimés après 1770. Lui-même et les siens signaient Bezout avant 1765, et c'est ainsi qu'est écrit son nom dans les textes imprimés d'avant 1769. Si dans les archives notariales que nous allons citer, le nom est toujours Bezout, en revanche dans les registres paroissiaux, on trouve deux écritures : Bezou (le plus souvent) ou Bezout. Cela ne semble pas avoir paru important au propre père d'Étienne, qui signe Bezout des actes dans lesquels son nom est écrit sans t.

[5] Pour la vie de Nemours à cette époque, voir bibliographie : les articles de C. Garmy.

[6] Un bailliage était une circonscription administrative, financière et essentiellement judiciaire, dotée d'un tribunal.

[7] E. Thoison, *Nemours en 1698.*

[8] Arch. dép. Seine et Marne, notaire Chahuet, année 1756 : Arch. dép. Seine et Marne-not56 ; et « *Pierre Bezou, le père de l'époux qui a déclaré ne savoir signer* » Arch. dép. Seine et Marne, état-civil Nemours, année 1727 : Arch. dép. Seine et Marne-écN27, acte de mariage du père d'Étienne.

[9] Arch. dép. Seine et Marne-not50

[10] Arch. dép. Seine et Marne-not56

1736, de demander à la famille de payer l'enterrement de son mari[11]. Seul son père Pierre, est représentatif d'une ascension sociale possible à Nemours entre les trois catégories socioprofessionnelles vues plus haut : il est procureur au bailliage de la ville, c'est-à-dire qu'il est chargé d'instruire les dossiers des personnes qui lui confient leurs intérêts, mais qu'il n'a pas le droit de plaider, ceci ne pouvant être fait que par un avocat. Pierre Bézout aura cinq enfants, qui auront eux-aussi des fortunes diverses[12] :

Jean-Pierre, le 23 mars 1729, qui deviendra avocat en parlement et au bailliage de Nemours ;

Étienne, le 31 mars 1730, futur mathématicien et académicien ;

Charles-Antoine, le 3 juin 1732, employé de ferme dans le Languedoc en 1756 ;

Charles-Mathurin, le 10 novembre 1733 que l'on retrouvera curé de Fay-lès-Nemours ;

Hélène-Élizabeth, le 16 janvier 1738 qui épousa un marchand avec lequel elle vécut à Nemours.

Quelle fut l'éducation d'Étienne Bézout ?

Les études à cette époque étaient essentiellement organisées dans des collèges. La scolarité complète, durait environ six ou sept ans, et le parcours décrivait successivement les classes de Grammaire, Humanités, Réthorique I et II, Philosophie I et II[13]. La maîtrise ès arts était décernée après des examens qui suivaient la classe de Philosophie II, si le collège était autorisé par l'Université à la collation des grades. Après l'obtention de ce diplôme, les étudiants pouvaient poursuivre leurs études dans trois facultés, celles de droit, de théologie ou de médecine, qui attribuaient le titre de bachelier ou de licencié dans leurs différentes spécialités.

Dans toutes ces étapes, le seul moment où les élèves étudiaient vraiment les mathématiques, était la classe de Philosophie II, appelée aussi classe de Physique. Cette étude, à laquelle n'était consacrée que très peu de temps dans l'année, comprenait comme le montre le cours de Rivard, professeur au collège universitaire de Beauvais à Paris en 1732, un peu d'arithmétique et d'algèbre et surtout la géométrie élémentaire.

Étienne va au collège et fait des études jusqu'à la maîtrise es arts. Il est en dernière année quand son père meurt en 1750 et il se désigne lui-même dans les actes notariés de la succession comme « estudiant es mathématiques[14] », alors qu'il n'existe aucune faculté et aucun cursus dans cette matière, ce qui montre sa détermination : son choix d'étudier les mathématiques s'affirme nettement par la façon dont il se qualifie lui-même à l'âge de vingt ans.

L'acte du 29 août 1750, réglant la succession entre les cinq héritiers de Pierre Bézout et de sa femme morte avant lui, montre la relative aisance financière des deux époux, mais dans l'inventaire des biens où tout est recensé, meubles, ustensiles, « hardes », draps et bouts de tissus, il

---

[11] Arch. dép. Seine et Marne-not36

[12] Arch. dép. Seine et Marne-écN, Arch. dép. Seine et Marne-not50 et 56.

[13] Les Facultés des arts enseignaient les deux dernières années qui aboutissaient à la maîtrise ès arts.

[14] Arch. dép. Seine et Marne-not50

n'est fait mention d'aucun livre. La famille d'Étienne Bézout vivait donc de façon confortable mais aucune dépense n'était consacrée à la lecture, qu'elle soit religieuse, instructive ou de divertissement. C'était un milieu intellectuellement austère et, semble-t-il, assez limité culturellement.

Cinq lots de valeurs égales sont établis, puis tirés au sort. Étienne Bézout hérite du premier lot d'une valeur de 8288 livres, dont 2169 livres en argent liquide. Cet héritage, confortable pour un habitant de Nemours[15], permet à Étienne Bézout de quitter sa ville natale pour la capitale et de subvenir à ses besoins pendant quelques années. Sa détermination d'étudier les mathématiques étant très forte, il est poussé par le besoin de rencontrer un milieu intellectuel plus favorable à la recherche, dans lequel l'émulation et les échanges lui permettraient de progresser et d'être reconnu. Ce départ pour Paris ne peut être daté de façon certaine. On est, en tout cas, sûr de sa domiciliation à Paris courant 1754 par l'existence d'un titre de rente signé le 7 janvier 1755, en faveur de « M^e[16] Étienne Bézout, professeur de mathématiques, demeurant à Paris[17]. »

Dès 1755 on le rencontre dans l'entourage de d'Alembert. En effet, dans le tome II du *Traité du calcul intégral* de Bougainville, rédigé sous la direction de d'Alembert, on trouve cette note de l'auteur : « N'ayant pu revoir moi-même les épreuves de cette seconde partie, à cause d'un voyage que j'ai été obligé de faire & d'une maladie assez longue qui l'a suivi, je m'en suis reposé sur l'exactitude de M. Bezout, censeur royal & très habile maître de mathématiques, qui a bien voulu s'en charger. Ceux qui voudront s'instruire à fonds du calcul intégral et de la géométrie transcendante, ne sauroient mieux faire que de le prendre pour guide[18]. »

À 25 ans, ses débuts dans le monde des mathématiciens français s'annoncent sous les meilleurs auspices. Les compliments ci-dessus prouvent qu'il est déjà considéré comme un mathématicien rigoureux, bon connaisseur des domaines les plus en pointe et d'Alembert, l'un des académiciens les plus en vue et le brillant chercheur que l'on sait, l'accueille parmi ses disciples.

Il travaille sous l'influence de ce dernier sur des sujets de dynamique et de calcul intégral et le 18 mars 1758 il est élu à l'Académie Royale des Sciences, en tant qu'Académicien adjoint (donc non rémunéré) dans la classe de Mécanique. Pourtant, à partir de 1762, par goût personnel et sans doute pour trouver un domaine de recherches dans lequel il ne subirait plus l'influence prégnante de d'Alembert, il commence à travailler sur les équations qui deviendront l'unique objet de ses travaux.

---

[15] Lecuyer, principal du collège de Nemours la même année, est payé 200 livres l'an, voir E. Thoison, *Le collège de Nemours.*
[16] M^e est l'abréviation de maître.
[17] Arch. dép. Seine et Marne-not55
[18] L.A. comte de Bougainville, *Traité du calcul intégral*, t. 2, p. xxij.

II. 1764 : le grand tournant

En 1764 Choiseul, ministre de la Marine, cherche un jeune académicien et mathématicien pour réorganiser les études des officiers de la Marine et leur donner un haut niveau mathématique.
Ce fut à cette époque que se mirent en place des écoles militaires d'un haut niveau scientifique, seuls lieux où l'on enseignait les mathématiques[19], ce qui n'était pas, on l'a vu, le cas des Universités. La responsabilité prévue sera très prenante puisqu'elle implique l'écriture d'un cours complet, l'inspection annuelle des trois écoles de Brest, Rochefort et Toulon ainsi que les examens à faire passer dans ces trois ports.

Parmi les académiciens, les Parisiens aristocratiques et (ou) fortunés n'ont pas ce genre de charges. Ceux qui ont accepté des responsabilités équivalentes, Camus, Examinateur des écoles du Génie et de l'Artillerie et l'abbé Nollet, responsable de l'enseignement de la physique expérimentale dans ces deux corps, sont des académiciens venus de province et sans fortune : Camus, vient de Crécy en brie et n'a que les 3000 livres de sa charge d'examinateur comme moyen de subsistance et Nollet, qui vient de Pimprez, laissera un héritage réduit à quelques objets[20].

Bézout, qui est père de famille depuis 1761[21], n'a toujours que ses leçons de mathématiques pour gagner sa vie, et c'est insuffisant : « M. de Chézac[22] mande qu'il {Bézout] manque de moyens, n'ayant d'autre revenu que celui qu'il retire des écoliers auxquels il enseigne à Paris[23]. » Sans doute apprécie-t-il aussi d'avoir une charge reconnue qui le place pour les écoles en second après le ministre de la Marine, et sans doute aussi son goût pour l'enseignement a-t-il joué. Il accepte donc de devenir « Examinateur » des écoles des Gardes de la Marine et il est effectivement nommé le 1er octobre 1764[24].

La première tâche d'Étienne Bézout est donc d'écrire « un cours d'élémens des différentes sciences qui conviennent au service de la marine ». Commencée vers le milieu de l'année 1764, l'*Arithmétique*, première partie en un volume du *Cours de Mathématiques à l'usage des Gardes du Pavillon et de la Marine*, est prête dès novembre 1764. Les autres parties de ce cours suivront à un rythme à peu près annuel :
1765, *Élémens de Géométrie, la Trigonométrie rectiligne & la Trigonométrie sphérique*,
1766, *ALGÈBRE & application de cette science à l'Arithmétique & la Géométrie*,

---

[19] Pendant 3 ans et à raison de 3 heures par jour.
[20] Cela restera vrai par la suite : Bossut qui succèdera à Camus au Génie est enseignant et vient de Mézières de même que Monge qui succèdera à Bézout à la Marine, et Laplace, qui succèdera à Bézout à l'Artillerie, vit des cours qu'il donne à l'École militaire et vient de Beaumont sur Auge.
[21] Un fils est né en 1761, Archives nationales-Marine, C/1/16 (Arch. nat.-Marine,C/1/16)
[22] M. de Chézac est le commandant de l'école des Gardes de la Marine de Brest.
[23] Arch. nat.-Marine, C/7/29, rapport du cabinet du ministre pour celui-ci.
[24] *Ibid*.

1767, quatrième partie en deux volumes, *Principes généraux de la MÉCHANIQUE, précédés des Principes de Calcul qui servent d'introduction aux sciences Physico-Mathématiques*, pour le premier et *Application des Principes généraux de la MÉCHANIQUE, à différents cas de MOUVEMENT & d'ÉQUILIBRE*, pour le second.

1769, cinquième partie, le *Traité de Navigation*.

Enfin en 1766, année où la nouvelle promotion de gardes formée grâce à ses cours a fini la première classe, Bézout commence ses tournées d'examinateur. À partir de ce moment, sa vie va se partager en deux. Il y aura chaque année les longs mois de voyage - Brest, Rochefort et Toulon pour faire passer les examens des gardes de la marine[25] et les déplacements pour des leçons de physique expérimentale à La Fère et Mézières[26], puis à partir de 1768, date à laquelle il est nommé Examinateur des écoles d'artillerie[27], pour les examens à La Fère ou à Bapaume-, et les séjours parisiens pendant lesquels il retrouve l'Académie des sciences. Pour l'année 1766, par exemple, il voyage, pour la Marine du 29 janvier au 14 mai donc trois mois et demi, puis du 16 juillet au 23 août pour des leçons de physique à La Fère, soit un peu moins de cinq mois au total. Sachant que l'Académie est fermée du 6 septembre au 12 novembre chaque année, il n'a pu se rendre à ses séances que pendant quatre mois et demi. Cela, se reproduira tous les ans et s'aggravera même à partir de 1768 (environ six mois de voyage par an).

Dès 1764, obligé de se rendre à Brest pour mieux cerner l'organisation et les besoins scientifiques des élèves officiers d'une part, ayant commencé d'autre part la rédaction de son *Cours de mathématiques*[28], il comprend, s'il ne l'avait déjà fait, à quel point il n'aura plus de temps pour ses recherches mathématiques. En effet, dans la dernière partie du mémoire qu'il présente à l'Académie royale des sciences cette année là, il écrit après avoir présenté ses résultats : « Au reste, je crois ces méthodes encore très susceptibles de perfection, & il y a un grand nombre de cas où en suivant les principes sur lesquels elles sont fondées, on parvient à trouver des routes plus faciles. [...] c'est un travail auquel j'invite ceux qui seront assez heureux pour avoir plus de temps à dépenser que moi[29]. » De fait, en dehors d'un mémoire sur les équations soumis à l'Académie en 1765[30], mais qui n'était que l'approfondissement d'un mémoire présenté en 1762[31], il ne présentera

---

[25] On peut mesurer la longueur des déplacements grâce aux comptes rendus envoyés au ministre par chaque port. En effet, les arrivées et départs d'Étienne Bézout sont scrupuleusement signalés : environ 10 jours entre Paris et Brest, 6 jours entre Brest et Rochefort, 10 jours entre Rochefort et Toulon et 15 jours pour revenir à Paris de cette ville.

[26] On lui a aussi demandé de suppléer dans ces leçons l'abbé Nollet, déjà très âgé.

[27] Il écrit aussi un cours pour les écoles d'artillerie correspondant aux quatre premières parties réaménagées et réadaptées de son cours pour la Marine.

[28] Ce cours eut un grand succès et fut considéré comme une référence jusqu'au milieu du XIX[e] siècle.

[29] É.Bézout, *Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'on doit employer pour trouver ces équations*, p. 336.

[30] É. Bézout, *Sur la résolution générale des équations de tous les degrés*

[31] É. Bézout, *Sur plusieurs classes d'équations de tous les degrés qui admettent une solution algébrique*

plus aucun travail mathématique à cette assemblée avant son grand traité, la *Théorie générale des équations algébriques* en 1779.

Sa nomination comme Examinateur de la Marine le 1er octobre 1764 marque donc un grand tournant dans sa vie et explique en grande partie le peu de considérations que l'on accorda, de son vivant, à ses travaux mathématiques. En effet, ses nouvelles fonctions l'isolent de ses collègues académiciens puisqu'il ne peut se rendre à l'Académie des sciences qu'environ quatre mois par an. De ce fait il ne peut participer à la vie mouvementée de cette assemblée où les clans ont une grande importance et jouent un rôle non négligeable dans les promotions et les réputations des savants. De plus ses fonctions en lien étroit avec les ministres de la Marine et la monarchie l'éloignent du « clan » d'Alembert progressiste et très puissant à l'Académie. Son éloignement et le manque de temps l'empêchent aussi de se tenir au courant et de participer aux recherches sur les sujets à la mode en mathématiques, le calcul infinitésimal et la mécanique céleste. Travaillant sur l'élimination des inconnues dans les équations en 1764, il continuera dans ce domaine jusqu'à sa mort, alors même que ce dernier n'est pas considéré comme vraiment important à l'Académie de Paris et que d'Alembert écrit dans l'Encyclopédie : « cela n'a aucune difficulté[32]. » Il a peu de temps pour ses travaux mathématiques et, ayant à écrire un cours, c'est là qu'il publie ses résultats au lieu de les réserver à des publications académiques. Tout cela explique la réception et la postérité de ses travaux que nous allons maintenant examiner.

III. Le devenir de ses travaux

Parmi les ouvrages publiés de Bézout, les plus importants sont : le mémoire présenté à l'Académie des sciences en 1764, *Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'on doit employer pour trouver ces équations*, dans lequel il démontre que pour deux équations à deux inconnues, de degrés respectifs m et n, le degré de la résultante est égal à mn, il introduit la méthode du Bézoutient sans arriver à la généraliser et il trouve le PGCD de deux polynômes comme une somme de produits de polynômes (Identité de Bézout) ; le volume *Algèbre* de son *Cours de mathématiques pour la Marine*, où en 1766 il généralise complètement la méthode du Bézoutient ; enfin en 1779, la *Théorie générale des équations algébriques*, qui contient le Théorème de Bézout, « le degré de la résultante de n équations à n inconnues est le produit des degrés ». Nous allons voir, pour chacun de ces résultats, les circonstances de leur attribution à ce savant, en les étudiant dans l'ordre chronologique de cette reconnaissance, qui est, étonnamment, l'ordre inverse de leurs découvertes.

[32] J. Le Rond d'Alembert, *Encyclopédie*, article « évanouissement des inconnues »

III. 1 Le Théorème de Bézout

La *Théorie générale des équations algébriques*, présentée à l'Académie le 17 mars 1779, passe inaperçue. À tel point que, la même année, Bézout qui se présente pour être élu académicien pensionnaire[33], est battu par Bossut, le candidat de d'Alembert, qui n'a pas une œuvre comparable et a moins d'ancienneté.

Seul Laplace, rapporteur de l'ouvrage[34], reconnaît son importance et l'intérêt de ses procédés. Son rapport[35]. est très long, puisqu'il est constitué de 15 pages manuscrites d'une écriture très serrée, et, contrairement à ceux dont l'Académie des Sciences a l'habitude - souvent un résumé des grandes lignes des ouvrages examinés -, il contient une étude détaillée et minutieuse de l'œuvre. Même si Laplace reconnaît que l'exercice est difficile (« Nous allons essayer de donner à l'Académie, autant qu'il est possible de le faire sans calcul, une idée du travail de cet académicien »), il donne une idée précise du contenu du traité. Il est très admiratif de l'originalité et de l'intelligence de la méthode : « Nous remarquerons ici que c'est principalement à cette considération fine et importante, que M. Bezout doit l'élégance de sa méthode et la simplicité de ses résultats », et il conclut : « Tels sont les principaux objets que M.Bezout a discuté dans son ouvrage ; nous n'avons pû dans ce rapport, en donner qu'une idée très imparfaite, par l'impossibilité de faire entendre sans calcul des théories difficiles à saisir, lors mesme qu'elles sont présentées avec tout le développement dont elles sont susceptibles ; mais nous ne craindrons point d'estre démentis par ceux qui liront avec attention cet ouvrage, en assurant qu'il en existe très peu d'aussi utiles au progrès de l'analyse par l'importance & la nouveauté de la matièrre, & qui soient également propre à intéresser les Géomètres par la finesse et la variété des méthodes ; nous croyons donc qu'il mérite d'estre imprimé avec l'approbation et sous le privilège de l'Académie »

Laplace (1749-1827), beaucoup plus jeune que Bézout, a des points communs avec lui et un parcours assez semblable : issu de Beaumont sur Auge, petit village de Normandie, il est venu à Paris à 20 ans, est entré dans l'entourage de d'Alembert et grâce à la protection de ce dernier a obtenu une place à l'École militaire. Ceci le rapproche de Bézout (qui a rompu avec le clan de d'Alembert depuis son échec à l'élection) dont il est l'ami et auquel, grâce à sa recommandation, il succèdera à l'Artillerie. Cette amitié est attestée entre autres, par une lettre écrite par Laplace à Lagrange à la mort de Bézout en 1783 : « Je regrette infiniment ce dernier [Bézout] auquel j'étais fort attaché, et qui a rendu un grand service à l'Analyse par son dernier ouvrage sur la théorie de l'élimination. Vous lui avez témoigné toute la satisfaction que la lecture de cet ouvrage vous avait

[33] C'était la catégorie la plus haute des académiciens et la seule qui valait à ses membres une reconnaissance financière.
[34] Laplace fut, avec d'Alembert et Duséjour, le rapporteur à l'Académie des Sciences de l'ouvrage de Bézout de 1779, mais le rapport manuscrit est de sa main, ce qui signifie, si l'on en croit les habitudes de l'Académie, que c'est lui qui a étudié l'ouvrage. Cela n'est pas très étonnant car Duséjour était plutôt versé en astronomie et d'Alembert, on l'a vu plus haut, ne voyait pas les difficultés de l'élimination.
[35] Registres manuscrits de l'Académie des sciences : *RMAS* 1779, fol. 83-97.

causée; et j'ai été témoin du plaisir que lui fit la lettre obligeante que vous lui écrivîtes à ce sujet. Il avait pour vous toute l'estime qui vous est due, et votre suffrage le consolait des injustices que quelques personnes n'ont cessé de lui faire[36]. »

Bien après la mort de Bézout (1783), c'est pendant un cours de l'École normale de l'an III que l'importance du résultat de son dernier ouvrage sera publiquement reconnue et les élèves de cette école étant devenus professeurs dans toute la France, il sera définitivement appelé à partir de là, le Théorème de Bézout. En effet, le 11 mars 1795 (ou le 21 ventôse de l'an III) Pierre Simon Laplace donne sa sixième leçon de mathématiques aux élèves réunis dans le grand amphithéâtre du Muséum d'histoire naturelle. Après avoir expliqué comment trouver le degré de la résultante pour deux équations à deux inconnues il énonce : « Vous trouverez cette méthode exposée dans un grand détail et appliquée à un nombre quelconque d'équations et d'inconnues dans un très bon ouvrage de Bézout qui a pour titre : *Théorie des équations*. L'auteur y démontre, par une application ingénieuse du calcul des différences finies, ce théorème général, savoir que, *si l'on a un nombre quelconque d'équations complètes entre un pareil nombre d'inconnues, le degré de l'équation finale, résultant de l'élimination de toutes les inconnues, à l'exception d'une seule, est égal au produit des degrés de toutes ces équations*[37]. » Ce résultat, après avoir été précisé et développé par la suite, est devenu un théorème fondamental de la géométrie algébrique.

III. 2 Le Bézoutient

Bien que ce procédé soit exposé dans son mémoire académique de 1764 pour deux équations de même degré, ce n'est qu'en 1766 dans le volume d'*Algèbre* de son *Cours de mathématiques à l'usage des Gardes du Pavillon et de la Marine* que Bézout publie l'intégralité de ce résultat en le généralisant à tous les cas. Il n'abordera plus ce point dans aucune autre publication.

Cette notion restera en sommeil pendant environ 70 ans, et ce n'est que vers le milieu du XIX[e] siècle qu'on la voit resurgir. Carl Jacobi (1804-1851), qui découvre ce procédé dans le volume *Algèbre* du cours de Bézout[38], est le premier qui reprend ce problème de l'élimination sous l'angle des systèmes linéaires. Partant de la méthode d'Étienne Bézout, qu'il considère comme un résultat anonyme puisqu'il l'a trouvée dans un livre d'enseignement[39], il en tire d'importantes applications et une forme plus moderne du procédé, dans un article[40] publié dans le *Journal de Crelle* en 1836. De ce fait les milieux mathématiques lui en attribuent la paternité. Comme l'a écrit H.S. White, president de l'*American mathematical society*, en 1909: « *Yet what a commentary on the futility of*

---

[36] Lagrange, *Oeuvres* t. 14, p. 130]
[37] cité dans J. Dhombres dir., *L'École normale de l'an III : Leçons de mathématiques*, p. 83.
[38] Il le dit lui-même dans son article *De eliminatione variabilis e duabus aequationibus algebraicis*, p. 101.
[39] *Ibid*.
[40] *Ibid*. p. 101-124

the best efforts is found in the fact that both Jacobi and Minding, only 60 years later, published investigations as new whose methods and results were in effect identical with Bézout's ! At least this showed not that his work was unnecessary, but only that he was in advance of his time[41]. »

C'est grâce à James Joseph Sylvester[42] (1814-1897) et aux circonstances particulières de sa carrière, que le procédé décrit par Bézout en 1766, lui sera enfin attribué en 1853. Sylvester, après de brillantes études mathématiques à Cambridge où il fut reçu second au *Tripos* (concours mathématiques de fin d'études) ne peut y avoir de poste, alors que les cinq autres premiers lauréats sont immédiatement nommés dans cette université. On ne lui reconnaît même pas l'obtention de son diplôme, car pour l'obtenir il faut jurer, « sur la foi chrétienne », appartenir à l'Église d'Angleterre, et Sylvester, qui est de religion juive, refuse de se parjurer.

Il est donc, de ce fait, coupé du milieu mathématique anglais qui s'intéresse, à cette époque, essentiellement à la géométrie et aux mathématiques appliquées. Alors que ses deux premiers mémoires publiés en 1837 et 1838 dans le *Philosophical magazine* portaient sur des questions d'optique et de mécanique des fluides, en réaction à la situation que lui impose son propre pays, Sylvester se tourne vers la France et son école algébriste.

Dès le début de 1839 il vient à Paris, travaille sur le théorème que Sturm a publié en 1735, se lie avec des mathématiciens français (en particulier Charles Hermite dont il deviendra l'ami), et assiste à une séance de l'Institut sur l'élimination algébrique[43], séance pendant laquelle le ministère de l'Instruction publique demande à ce qu'il soit rédigé des tables d'élimination entre deux équations à une inconnue jusqu'au cinquième et sixième degré. Sylvester s'intéresse alors à ce sujet et, l'Institut ayant rejeté la demande, il suggère dans un article[44] sur la question, que ces tables soient faites par la Royal Society. Pour travailler ce thème de recherche, il étudie les mémoires de Bézout déposés à l'Institut (ex Académie royale des sciences), entre autres celui de 1764, et comprend que le résultat décrit dans le cours d'algèbre de Bézout, n'est pas un résultat anonyme[45] mais le fruit des recherches de ce dernier.

Après de nombreuses péripéties, Sylvester devient en 1844 juriste dans une compagnie d'assurances à Londres mais continue à faire des mathématiques, et, dans un célèbre article[46] publié dans les *Philosophical Transactions* en 1853, il appelle alors Bézoutient ce procédé et c'est le nom qu'il a toujours. Après son utilisation en tant que forme quadratique par de nombreux

[41] H.S. White, *Bezout's theory of resultants and its influence on geometry*, p. 332.
[42] Voir sa biographie: K. Parshall, *James Joseph Sylvester, jewish mathematician in a victorian world*.
[43] Il décrit cette séance dans J.J. Sylvester, *On rational derivation from equations of coexistence, that is to say, a new and extended Theory of elimination*, p. 429.
[44] *Ibid*.
[45] Encore moins un résultat du à Jacobi.
[46] J.J. Sylvester, *On a theory of syzygetic relations of two rational integral functions, comprising an application to the theory of Sturm's functions, and that of the greatest algebraic common measure*.

mathématiciens dont Hermite, et un autre temps d'oubli au XX^e siècle, il donne lieu depuis 1976 et grâce à l'informatique, à des développements importants en algorithmique.

III. 3 L'Identité de Bézout

Elle se déduit de son travail de 1764 mais elle n'est pas exprimée clairement : « je me contente d'indiquer cet usage[47] », écrit-il après avoir décrit le procédé à suivre en utilisant les méthodes de son mémoire. Bézout remarque que grâce à sa méthode, on peut trouver le PGCD de 2 polynômes comme une somme de produits de ces 2 polynômes. Pendant longtemps ce théorème ne fut pas reconnu comme spécialement important. Ainsi dans les cours de la fin du XIX^e siècle, soit il n'apparaît pas[48], soit on le trouve mais démontré grâce à l'algorithme d'Euclide et non attribué à Bézout[49]. C'est le cas dans les cours les plus célèbres, l'Algèbre supérieure de Joseph-Alfred Serret – éditions de 1871, 1877, 1885 –, dans Netto – 1896, 1900, 1907 -, et dans Tannery – 1895, 1906.

Avec l'émergence de la notion d'idéal sur un anneau, développée depuis 1871 par Richard Dedekind mathématicien allemand, dernier élève de Gauss, l'identité est retrouvée[50] par le fait que dans un anneau principal, tout idéal est engendré par son PGCD. Grâce à cette nouvelle approche avec les idéaux, la notion de PGCD rejoint celle de Bézout. On comprend, dès lors, que le lien ait été fait par certains mathématiciens et que le théorème ait pu prendre son nom, bien que le résultat de Bézout ne soit plus qu'un corollaire du résultat de Dedekind.

La première attribution à Étienne Bézout semble avoir été faite dans le *Précis d'algèbre et de trigonométrie*[51] de Georges Papelier en 1903, mais cet exemple n'est pas suivi. On la retrouve en 1937 dans *Leçons d'algèbre et de géométrie à l'usage des étudiants de la Faculté des sciences de Paris*, par René Garnier. Mais c'est l'école française Bourbaki en 1948, dans le contexte de la victoire de 1945 sur les Allemands**,** qui attribue à Bézout le résultat le plus général, publié en 1952[52] : Soit $(a_i)_{i\in I}$ une famille d'éléments d'un anneau principal $\boldsymbol{A}$, les éléments de cette famille sont premiers entre eux dans leur ensemble si, et seulement si, il existe une famille $(u_i)_{i\in I}$ d'éléments de $\boldsymbol{A}$ telle que $\sum_{i\in I} u_i a_i = 1$. L'autorité des *Éléments de mathématiques* et des Bourbakistes a consacré le nom d'Identité de Bézout.

[47] É. Bézout, *Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'on doit employer pour trouver ces équations*, p. 337.
[48] Nous ne l'avons pas trouvé dans de nombreux cours d'algèbre du niveau des classes préparatoires aux grandes écoles : Niewenglowski, 1889, Salmon, 1890, Amigues, 1891, Prévot et Pieron, 1898, par exemple.
[49] Ni d'ailleurs à quiconque.
[50] R. Dedekind, *Theory of algebraic integers*, p. 107.
[51] Cours de Mathématiques spéciales.
[52] N. Bourbaki, *Modules sur les anneaux principaux*

IV. De l’oubli à la reconnaissance

Tout au long de cet écrit nous avons essayé de mettre en lumière certaines situations et certains états de fait.

Dans la vie du personnage lui-même d’abord : La personnalité du mathématicien, qui dans un contexte familial peu riche culturellement et un contexte institutionnel défavorable aux mathématiques, affirme dès l’âge de vingt ans son choix d’études et de vie ; sa classe sociale qui le pousse à choisir une charge lui apportant respectabilité et aisance financière au détriment de sa carrière d’académicien et de sa notoriété de mathématicien ; l’éloignement qui découle de cette charge et qui l’amène à travailler des sujets peu à la mode et à publier ses travaux dans des livres d’enseignement et non dans des mémoires de recherches.

Dans l’historique de la reconnaissance de ses trois résultats principaux ensuite : Ses liens d’amitié avec Laplace, dus, en grande partie, à leur situation commune d’académiciens provinciaux, peu fortunés et obligés d’enseigner dans les écoles militaires pour gagner leur vie ; les bouleversements politiques de la Révolution française qui permirent la création d’une école pour les futurs enseignants de toute la France où les plus grands savants dont Laplace furent nommés professeurs ; l’histoire personnelle de Sylvester, rejeté comme mathématicien par son propre pays à cause de sa religion et choisissant par obligation et en réaction de travailler les œuvres des algébristes français ; enfin la deuxième guerre mondiale et la prépondérance mathématique de l’école française de Bourbaki qui choisit le nom d’un français plutôt que celui d’un allemand pour désigner un résultat.

Ce sont ces circonstances et ces contextes, personnels, mathématiques, académiques, sociaux, religieux, politiques ou nationalistes qui expliquent, à nos yeux, les importants résultats d’Étienne Bézout puis le passage de ceux-ci de l’anonymat à la reconnaissance.

L. ALFONSI

GHDSO-Paris Sud

De l'oubli à la reconnaissance :
L'exemple des résultats mathématiques d'Étienne Bézout (1730-1783)

Résumé :

Trois éléments mathématiques sont connus aujourd'hui sous le nom de **Bézout**, une identité (en algèbre), un théorème (en géométrie algébrique), et un outil (un invariant). Pourtant ces résultats ne lui ont pas été attribués de son vivant.

- Le 1er, l'**identité de Bézout**, qui peut se déduire de ses écrits mais n'y apparaît pas clairement, ne porte définitivement son nom que depuis Bourbaki (vers 1950)
- Le 2e, le **théorème de Bézout**, lui a été attribué en 1795 mais a été fortement transformé par la suite tout en gardant son nom
- Le 3e, le **Bézoutient**, ne lui a été reconnu qu'en 1853, après avoir été diffusé, soit comme un résultat anonyme, soit comme découvert par un autre

Ce sont les différents contextes, mathématiques, académiques, politiques, nationalistes et sociaux qui ont entraîné cette reconnaissance de Bézout que nous nous proposons d'analyser ici.

BIBLIOGRAPHIE

Abréviations :

MARS : Histoire de l'Académie royale des sciences, partie Mémoires

HARS : Histoire de l'Académie royale des sciences, partie Histoire

Archives de l'Académie des sciences (Paris) : AAS

Registres (manuscrits) de l'Académie des sciences : RMAS (procès-verbaux des séances)

Archives départementales de Seine et Marne, à Dammarie-lès-Lys : Arch. dép. Seine et Marne

état-civil : éc (suivi de A pour Avon, F pour Fontainebleau, N pour Nemours)

notaire Nemours étude Chahuet (1052E ; 749E) : not (suivi de l'année)

Archives nationales, à Paris : Arch. nat.

Publications :

Alembert, Jean Le Rond d', article Évanouissement des inconnues, *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris, 1751-1765

Alfonsi, Liliane, *Étienne Bézout (1730-1783) : mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières*, Paris, Thèse de l'Université Paris VI, 2005

Bézout, Étienne, Sur plusieurs classes d'équations de tous les degrés qui admettent une solution algébrique, *MARS* 1762, p. 17-52

Bézout, Étienne, Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'on doit employer pour trouver ces équations, *MARS* 1764, p. 288-338

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. I, Paris, 1764.

Bézout, Étienne, Sur la résolution générale des équations de tous les degrés, *MARS 1765*, p. 533-552

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. II, Paris, 1765.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. III, Paris, 1766.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. IV, Paris, 1767.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. V, Paris, 1767.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, t. VI, Paris, 1769.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal d'Artillerie*, t. I, Paris, 1770.

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal d'Artillerie*, t. II, Paris, 1770

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal d'Artillerie*, t. III, Paris, 1772

Bézout, Étienne, *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal d'Artillerie*, t. IV, Paris, 1772

Bézout, Étienne, *Théorie générale des équations algébriques*, Paris, 1779.

Bougainville, Louis Antoine, comte de, *Traité du calcul intégral*, t. II, Paris, 1755.

Bourbaki, Nicolas, *Modules sur les anneaux principaux*, Éléments de mathématiques, *Livre II Algèbre*, *chap.* VII, Paris, Hermann, 1952.

Condorcet, Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marquis de, Éloge de M. Bézout, *HARS* 1783, p. 69-75.

Dedekind, Richard, *Theory of algebraic integers*, 1877. Trad. angl., Cambridge, 1896.

Dhombres, Jean, dir., *L'École normale de l'an III : Leçons de mathématiques*, Paris : Dunod, 1992.

Garmy, Christine, Le déclin de l'abbaye de la Joye au XVIII^e siècle, *Paris et Ile de France*, 1997.

Garmy, Christine, Les tanneries de la vallée du Loing, Nemours de la naissance au déclin, *Paris et Ile de France*, 2000.

Grabiner, Judith V., Bezout, Etienne, *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 2, New-York, 1970, p. 111-114.

Jacobi, Carl Gustav Jacob, De eliminatione variabilis e duabus aequationibus algebraicis, *J.reine angew. Math*. 1836, t. 15, p. 101-124.

Lagrange, Joseph-Louis, *Œuvres de Lagrange*, t. 14, Paris, 1867-1892.

Nielsen, Niels, *Géomètres français du dix-huitième siècle*, Paris, 1935.

Parshall, Karen Hunger, *James Joseph Sylvester: Jewish mathematician in a Victorian world*, The Johns Hopkins University press, Baltimore, 2006.

Serret, Joseph-Alfred, *Cours d'algèbre supérieure*, 2 vol., 4^e éd., Paris, 1877 ; rééd. J. Gabay, Paris, 1992.

Sylvester, James Joseph, On rational derivation from equations of coexistence, that is to say, a new and extended theory of elimination, *Philosophical Magazine*, 1839, t. 15, p. 428-435.

Sylvester, James Joseph, On a theory of syzygetic relations of two rational integral functions, comprising an application to the theory of Sturm's functions, and that of the greatest algebraic common measure, *Philosophical Transactions*, 1853, t. 143, p. 407-548.

Thoison, Eugène, *Nemours en 1698*, Nemours, 1896.

Thoison, Eugéne, *Le collège de Nemours*, Nemours, 1907

White, Henry S., Bezout's theory of resultants and its influence on geometry, *Bulletin of the american mathematical society*, 15, 1909, p. 325-338.